

TEMA 7: COMBINATORIA

Principio aditivo: Si una primera tarea puede realizarse de m formas, mientras que una segunda puede realizarse de n formas, y no es posible realizar ambas de manera simultánea, entonces para realizar ambas hay $m+n$ formas.

Ejemplo

Si una librería vende libros de literatura y biología, de los cuales posee 15 de literatura y 20 de biología ¿cuántas opciones tiene una persona para escoger un libro de literatura **o** un libro de biología?

Tendremos $15+20=35$ distintas opciones

Principio multiplicativo: Si un procedimiento puede descomponerse en dos etapas y para la primera existen m formas de realizarse y si, para cada uno de estos resultados existen n formas para la segunda etapa, entonces el procedimiento entero

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Ejemplo

En una cafetería sirven cuatro tipos de café de dos tamaños posibles, pequeño o grande. ¿De cuántas formas posibles podemos pedir un café?

Diagrama en árbol:

pequeño $\left\{ \begin{array}{l} -4 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{array} \right.$

tamaño cafés.

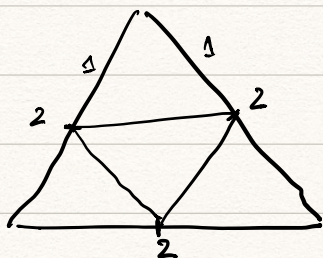
$2 \cdot 4 = 8$ formas.

grande $\left\{ \begin{array}{l} -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{array} \right.$

Principio del palomar: Si tenemos más palomas que vidrios entonces hay un vidrio con más de una paloma.

Ejemplo: ¿Puede contener un triángulo equilátero de 2 centímetros de lado 5 puntos de forma que no hayan 2 a distancia menor o igual que 1?

No.



Al tener cinco puntos y cuatro áreas para colocarlos, por el P^o del Palomar al menos uno tendrá dos puntos

Y dos puntos de un mismo área están a distancia menor ^{o igual} a 1

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Ejemplo

Calcular cuántos números de cinco cifras podemos formar con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5. (sin repetir) ¿Y de tres cifras?

$$\underline{5} \ \underline{4} \ \underline{3} \ \underline{2} \ \underline{1} \ | \ \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1}$$

Tendremos $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$ de 5 cifras

$\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} = 60$ habrá 60 formas de formar un nº de 3 cifras con 1, 2, 3, 4, 5.

¿Y si se pudiesen repetir? Un nº de cinco cifras usando 1, 2, 3, 4, 5 pudiendo repetir cifra.

$\underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5}$ habrá 5^5 formas de construir el número.

Ejemplo

¿Cuántas cadenas de 8 bits existen?

$\underline{2} \ \underline{2} \ \underline{2} \ \underline{2} \ \underline{2} \ \underline{2} \ \underline{2} \ \underline{2}$ hay 2^8 cadena de 8 bits diferentes.

Ejemplo

¿Cuántas cadenas de 8 bits existen en el que bs



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Definición.

Una **variación sin repetición** de m elementos tomados de n en n es una lista ordenada de n elementos distintos elegidos. Se denota por $V_{m,n}$

Ejemplo

Determinar de cuántas maneras se pueden elegir un delegado y subdelegado de una clase de 50 personas.

Si una persona puede cubrir los dos cargos: $50 \cdot 50 = 50^2$ Si una persona puede cubrir un único cargo: $50 \cdot 49$

Ejemplo

a) Calcular $V_{5,2} = 5 \cdot 4 = 20 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}$

$5 \cdot 4$

b) Calcular $V_{m,2} = m \cdot (m-1)$

$m \cdot m-1$

$0! = 1$

c) Calcular $V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1) = \frac{m!}{(m-n)!}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

posiblemente repetidos. Se denota por $VR_{m,n}$

Ejemplo

Calcular todas las posibilidades para rellenar una quiniela de forma simple.

En una quiniela hay 15 partidos. $m=3: \{1, X, 2\}$

$\overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \dots 3 \cdot 3 \cdot 3}^{15 \text{ partidos}} = 3^{15}$ formas de rellenar una quiniela.

Ejemplo

a) Calcular $VR_{2,5} = 2^5$

$$\overbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}^5 = 2^5$$

b) Calcular $VR_{m,n} = m^n$

$$\overbrace{m \cdot m \cdot m \dots m}^n$$

Ejemplo.

c) De cuántas maneras se pueden sentar en una mesa presidencial con cinco sillas los cinco miembros de la comisión?

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = V_{5,5} = \frac{5!}{(5-5)!} = \frac{5!}{0!} = 5!$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo

Calcular

$$P_n = n!$$

$$\overbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1}^n = n!$$

Ejemplo & De cuántas formas podemos ordenar los números del 1 al 6?

$$\overline{6} \overline{5} \overline{4} \overline{3} \overline{2} \overline{1} = 6! = P_6$$

Ejemplo.

Estudiar cuántos números distintos se pueden construir reordenando las cifras del 121

Observar que no es $P_3 = 3!$ ya que el 1 se repite.

$$\begin{array}{ccc} 1^A 1^B 2 & 1^A 2 1^B & 2 1^A 1^B \\ 1^B 1^A 2 & 1^B 2 1^A & 2 1^B 1^A \end{array} \quad \left\{ P_3 \right.$$

Entonces tenemos $\frac{P_3}{2!} = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 3$

Definición.

Una **permutación con repetición** de n elementos donde uno aparece n_1 veces, otro n_2 veces, ..., n_s veces es una lista ordenada de n elementos donde cada uno de ellos aparece n_1, n_2, \dots, n_s veces. Se denota por

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

b) calcular $PR_n^{n_1, n_2, \dots, n_s} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_s!}$

Ejemplo

Determinar las palabras de nueve letras que se pueden construir como resultado de ordenar las letras de la palabra "cocodrilo".

Hay 9 letras { c, c, d, r, l, i, o, o, o }

$$PR_9^{2, 1, 1, 1, 1, 3} = \frac{9!}{2! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

Ejemplo

Calcular cuántos grupos de tres personas diferentes podemos formar de un grupo de nueve.

Con $9 \cdot 8 \cdot 7 = V_{9,3}$ conseguimos todos los grupos posibles pero estamos contando de más ya que estamos teniendo en cuenta el orden. Entonces habrá: $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} = \frac{V_{9,3}}{P_3}$

$$\frac{A}{9} \cdot \frac{B}{8} \cdot \frac{C}{7} = BAC = ACB = BCA = CAB = CBA$$

Definición

Se llama **combinación** de m elementos tomados de n en n a todas las agrupaciones posibles sin importar el orden ni repetir elementos. y se denota por $C_{m,n} = \binom{m}{n}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$a) \quad \frac{A}{5} \frac{B}{4} = BA \quad C_{5,2} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = \frac{V_{5,2}}{P_2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$b) \quad \frac{\quad}{m} \frac{\quad}{m-1} \frac{\quad}{m-2} \quad C_{m,3} = \frac{m \cdot (m-1) \cdot (m-2)}{3!} = \frac{V_{m,3}}{P_3}$$

$$c) \quad C_{m,n} = \binom{m}{n} = \frac{V_{m,n}}{P_n} = \frac{m}{(m-n)!} \cdot \frac{1}{n!} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

$$\frac{V_{m,n}}{P_n} = V_{m,n} \cdot \frac{1}{P_n} \quad \frac{\frac{m!}{(m-n)!}}{n!} = \frac{m!}{(m-n)! n!}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70